四川省 2019 年普通高校职教师资班和高职班对口招生统一考试数学参考答案及评分标准

一、单项选择题

1. D　**2.** A　**3.** A　**4.** B　**5.** C　**6.** B　**7.** A　**8.** A　**9.** C　**10.** D　**11.** B　**12.** D　**13.** C　**14.** D

15. B　【提示】解法一：$f(a)=(a-1)^2+(a-2)^2+(a-3)^2+\cdots(a-10)^2=a^2-2a+1+a^2-4a+4+\cdots a^2-20a+100=10a^2-110a+385$，对称轴 $x=\frac{110}{20}=5.5$，由于二次函数开口向上，所以增区间为$[5.5,+\infty)$.解法二：若函数在区间 D 可导，由导数的性质，若 $f'(x)>0$，则 $f(x)$在 D 中是增函数.此题只需先求导 $f'(a)$，再解出 $f'(a)>0$ 得函数 $f(a)$的增区间.$f'(a)=2(a-1)+2(a-2)+2(a-3)+\cdots2(a-10)=20a-110$，$20a-110>0$，则 $a>5.5$，所以增区间为$[5.5,+\infty)$.

二、填空题

16. -4　**17.** 2　**18.** 15　**19.** 35　**20.** $\sqrt{3}$

三、解答题

21. 解法一：设等差数列$\{a_n\}$的公差为 d，

由题意，得$\begin{cases}a_1+4d=2(a_1+3d),\\ 9a_1+\frac{9\times8}{2}d=108.\end{cases}$

即$\begin{cases}a_1+2d=0,\\ a_1+4d=12.\end{cases}$解之得$\begin{cases}a_1=-12,\\ d=6.\end{cases}$

所以 $a_n=6n-18$.

解法二：因为 $S_9=108$，则 $S_9=9a_5=108$，所以 $a_5=12$.

又因为 $a_5=2a_4$，则 $a_4=6$，解得 $d=6$.

所以 $a_n=a_4+(n-4)\times d=6n-18$.

22. 解：(Ⅰ)由频率直方图知，居民用水量在$[0,1)$中的频率为 $0.10\times1=0.10$.

同理，在$[1,2)$，$[2,3)$，$[3,4)$，$[4,5)$，$[5,6]$中的频率分别为 a，0.30，0.25，0.10，0.05.

因此 $0.10+a+0.30+0.25+0.10+0.05=1$，

解得 $a=0.20$.

(Ⅱ)这 300 名居民的平均用水量的估计值为

$0.5\times0.10+1.5\times0.20+2.5\times0.30+3.5\times0.25+4.5\times0.10+5.5\times0.05=2.7$(吨).

由此，可估计该地区居民的人均用水量为 2.7 吨.

23. 解法一：(Ⅰ)因为 $\tan C=-2$，所以角 C 为钝角，

得方程组$\begin{cases}\sin C=-2\cos C,\\ \sin^2C+\cos^2C=1,\end{cases}$解得$\begin{cases}\sin C=\frac{2\sqrt{5}}{5},\\ \cos C=-\frac{\sqrt{5}}{5},\end{cases}$

由于△ABC 面积为 2，$a=2$，

则 $2=\frac{1}{2}\times 2\times b\times \sin C$，则 $b=\sqrt{5}$.

（Ⅱ）由于 $c^2=a^2+b^2-2ab\cos C=4+5-4\sqrt{5}\times\left(-\frac{\sqrt{5}}{5}\right)=13$，

则 $c=\sqrt{13}$，所以 $\cos B=\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}=\frac{12}{4\sqrt{13}}=\frac{3\sqrt{13}}{13}$.

解法二：（Ⅰ）如图，作 $AH\perp BC$，交 BC 的延长线于 H.

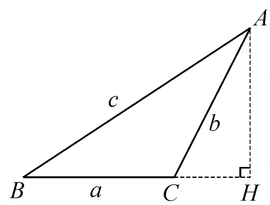
则 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}\times a\times AH=\frac{1}{2}\times 2\times AH=2$.

所以 $AH=2$.

由 $\tan C=-2$ 知，$\tan\angle ACH=2$，

$CH=\frac{AH}{\tan\angle ACH}=1$.

在直角三角形 ACH 中，$b=AC=\sqrt{AH^2+CH^2}=\sqrt{5}$.



（Ⅱ）在直角三角形 ABH 中，$BH=BC+CH=2+1=3$，

$c=AB=\sqrt{BH^2+AH^2}=\sqrt{3^2+2^2}=\sqrt{13}$，

所以 $\cos B=\frac{BH}{c}=\frac{3}{\sqrt{13}}=\frac{3\sqrt{13}}{13}$.

24. 证明：（Ⅰ）

（Ⅱ）

25. 解：（Ⅰ）直线 AB 的斜率 $k_{AB}=\frac{b^2-2-2}{b-2}=b+2$.

直线 AB 的方程为 $y-2=(b+2)(x-2)$，

即 $(b+2)x-y-2-2b=0$.

因为直线 AB 与圆 O 相切，

所以 $\frac{|2+2b|}{\sqrt{(b+2)^2+1}}=1$.

因此，$4+8b+4b^2=b^2+4b+5$.

故 $3b^2+4b-1=0$.①

（Ⅱ）仿照（Ⅰ）可知，直线 AC 的方程为 $(c+2)x-y-2-2c=0$.

因为直线 AC 与圆 O 相切，

所以 $\frac{|2+2c|}{\sqrt{(c+2)^2+1}}=1$.

因此有 $3c^2+4c-1=0$.②

由①－②，及 $b\neq c$，可得 $b+c=-\frac{4}{3}$.

由①＋②，可得 $3(b^2+c^2)+4(b+c)-2=0$，

配方得 $3(b+c)^2+4(b+c)-2=6bc$，

从而，$bc=-\frac{1}{3}$.

直线 BC 的斜率 $k_{BC}=\frac{b^2-2-(c^2-2)}{b-c}=b+c$.

直线 BC 的方程为 $y-(b^2-2)=(b+c)(x-b)$，

即 $(b+c)x-y-2-bc=0$，

亦即 $4x+3y+5=0$.

又因为圆心 O 到直线 BC 的距离 $d=\frac{|5|}{\sqrt{4^2+3^3}}=1=r$，

故直线 BC 与圆 O 也相切.

26. 解法一：(Ⅰ)由 $f(-x)+f(x)=0$ 知，$f(-f)+f(0)=0$，所以 $f(0)=0$，

由 $f(-x-2)=-f(x)$ 知，$f(-(-1)-2)=-f(-1)$，即 $f(-1)=-f(-1)$，

所以 $f(-1)=0$，

再由 $f(-x)+f(x)=0$ 知，$f(-1)+f(1)=0$，

从而 $f(1)=0$.

解法一：(Ⅰ)由 $f(-x)=-f(x)$，可知函数是定义域 $\mathbf{R}$ 上的奇函数，则 $f(0)=0$.

又因 $f(-x-2)=-f(x)=f(-x)$，所以函数周期为 2，

$f(-1)=f(-1+2)=f(1)$，则 $-f(1)=f(1)$，所以 $f(1)=0$.

(Ⅱ)由 $f(-x)=-f(x)$ 知，函数 $f(x)$ 为奇函数，

所以 $f(-x-2)=-f(x+2)$.

又由 $f(-x-2)=-f(x)$ 可知，$-f(x+2)=-f(x)$，

即 $f(x+2)=f(x)$.

由此可得 $f(x+12)=f(x)$，$f(12)=f(0)=0$.

当 $11<x<12$ 时，$-1<x-12<0$，即 $0<12-x<1$，

因此有 $f(12-x)=\sin\pi(12-x)+1=-\sin\pi x+1$.

又 $f(12-x)=f(-x)=-f(x)$，

所以 $f(x)=\sin\pi x-1$.

当 $12<x<13$ 时，$0<x-12<1$，

因此有 $f(x)=f(x-12)=\sin\pi(x-12)+1=\sin\pi x+1$.

综上，有 $f(x)=\begin{cases}\sin\pi x-1, 11<x<12,\\ 0, x=12,\\ \sin\pi x+1, 12<x<13.\end{cases}$