

④四川省 2018 年普通高校职教师资和高职班对口招生统一考试

数学试题参考答案

一、选择题

1-5: BCCAB 6-10: CADAD 11-15: CBCBA

二、填空题

16. 5 17. 12 18. $x=1$ 19. 41 20. $\frac{3}{2}$

三、解答题

21. (I) 随机变量 ξ 的所有取值为 20, 10, -10, 取这些值的概率依次为 $\frac{4}{5}, \frac{3}{20}, \frac{1}{20}$. 故其概率分布为

ξ	20	10	-10
P	$\frac{4}{5}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{1}{20}$

(II) $E(\xi) = 20 \times \frac{4}{5} + 10 \times \frac{3}{20} + (-10) \times \frac{1}{20} = 17$, 故变量 ξ 的均值为 17.

22. 解: 设等比数列 $\{a_n\}$ 的公比为 q , 则 $a_1 \neq 0, q \neq 0$,

并且 $a_1 q^5 - a_1 q^3 = a_1 q^4 + a_1 q^3 = 24$.

从而 $q^2 - q - 2 = 0$, 解得 $q = -1$ 或 $q = 2$.

如果 $q = -1$, 则 $a_5 + a_4 = 0$, 与已知矛盾.

故 $q = -1$ 舍去.

所以 $q = 2$, 则 $a_1 = 1$,

故 $a_n = 2^{n-1}$.

$S_n = \frac{1-2^n}{1-2} = 2^n - 1$.

23. 解: (I) 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 为正方形, $PD \perp$ 底面 $ABCD$,

所以 $V_{P-ABCD} = \frac{1}{3} S_{\text{底}} h = \frac{1}{3} \times (1 \times 1) \times 1 = \frac{1}{3}$.

(II) 设线段 BD 的中点为 O , 连结 OE, OC .

因为 BCD 为等腰直角三角形,

所以 $BD \perp OC$.

又因为 E 为 PB 的中点,

所以 OE 为 $\triangle PDB$ 的中位线,

因此 $OE \parallel PD$.

又因为 $PD \perp$ 底面 $ABCD$,

所以 $PD \perp BD$, 可得 $OE \perp BD$.

又因为 OC 与 OE 是平面 OEC 内的两条相交直线,

所以 $BD \perp$ 平面 OEC .

又因 $CE \subset$ 平面 OEC , 所以 $BD \perp CE$.

24. 解: (I) 直线 $l_1: x+2y-2=0$ 的斜率为 $-\frac{1}{2}$.

因为直线 l_1 与直线 l_2 垂直,

所以直线 l_2 的斜率为 2.

又直线 l_2 与 y 轴的交点为 $A(0, 4)$,

因此, 直线 l_2 的方程为 $y=2x+4$.

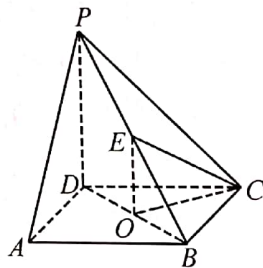
(II) 直线 $l_1: x+2y-2=0$ 与 x 轴的交点坐标为 $B(2, 0)$,

AB 的中点坐标为 $(1, 2)$,

由圆与 x 轴相切可知, 圆的半径 $r=2$.

故圆的标准方程为 $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$.

25. 解: (I) 由 $f(-x-2) = f(x)$ 可知,



$\frac{1}{4}(-x-2)^2 + b(-x-2) + c = \frac{1}{4}x^2 + bx + c$,
整理得 $x(1-2b) + (1-2b) = 0$ 对一切实数 x 都成立,
所以 $1-2b=0$, 故 $b=\frac{1}{2}$.

(II) $f(x) = \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x + c$, $F(x) = f(x) - x = f(x) = \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x + c$.

由不等式 $f(x) \geq 0$ 对一切实数 x 都成立, 知 $\Delta = \frac{1}{4} - c \leq 0$,
从而 $c \geq \frac{1}{4}$.

又因为 $2F(x) \leq (x-1)^2$ 对一切实数 x 都成立,
所以当 $x=1$ 时, 有 $2F(1) \leq 0$,

因此, $F(1) = \frac{1}{4} - \frac{1}{2} + c = c - \frac{1}{4} \leq 0$, 从而 $c \leq \frac{1}{4}$.

综上 $c = \frac{1}{4}$, 此时 $F(x) = \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}$,

易知, $2F(x) \leq (x-1)^2$ 对一切实数 x 都成立.

故 $c = \frac{1}{4}$.

26. 解: (I) 设 $\triangle ABC$ 的 BC 边上高为 AD . 当 C 为直角时,

如图 1 所示, $AD=AC$, 显然 $AD=b\sin C$ 成立;

当 C 为锐角时, 如图 2 所示, $AD=b\sin C$ 成立;

当 C 为钝角时, 如图 3 所示,

$AD = b\sin \angle ACD$,

$= b\sin(\pi - \angle ACD)$

$= b\sin \angle ACD$

$= b\sin C$

综上所述, 总有 $AD = b\sin C$.

故 $S = \frac{1}{2}a \times AD = \frac{1}{2}ab\sin C$.

(II) $ab\sin C = 2$.

$u - 2\sqrt{3} = a^2 + b^2 - ab\cos C - 2\sqrt{3}$

$= a^2 + b^2 - ab\cos C - \sqrt{3}ab\sin C$

$= a^2 + b^2 - 2ab(\sin \frac{\pi}{6} \cos C + \cos \frac{\pi}{6} \sin C)$

$= a^2 + b^2 - 2ab\sin(\frac{\pi}{6} + C)$

$\geq a^2 + b^2 - 2ab$

$= (a-b)^2$

≥ 0 ,

所以 $u \geq 2\sqrt{3}$, 当且仅当 $C = \frac{\pi}{3}$ 且 $a=b$ 时取等号.

