四川省2017年普通高校职教师资班和高职班对口招生统一考试数学参考答案及评分标准

一、单项选择题

1. C 【提示】集合 $A=\{0,1\}$，$B=\{-1,0\}$，$\therefore A\cup B=\{-1,0,1\}$，选C项.

2. D 【提示】由 $x+1\geqslant 0$ 得 $x\geqslant -1$，则函数 $f(x)$ 的定义域为$[1,+\infty)$，选D项.

3. D 【提示】$\cos\dfrac{2\pi}{3}=\cos\left(\pi-\dfrac{\pi}{3}\right)=-\cos\dfrac{\pi}{3}=-\dfrac{1}{2}$，选D项.

4. B 【提示】$y=\dfrac{1}{2}\sin x\cos x=\dfrac{1}{4}\sin 2x$，函数的最小正周期 $T=\dfrac{2\pi}{2}=\pi$，选B项.

5. D 【提示】$\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}=(1,0)+2(-1,1)=(1-2,0+2)=(-1,2)$，选D项.

6. C 【提示】与 y 轴平行且过点$(1,2)$的直线为 $x=1$，选C项.

7. A 【提示】不等式 $|x-2|\leqslant 5$ 的整数解为$\{-3,-2,-1,0,1,2,3,4,5,6,7\}$，选A项.

8. A 【提示】抛物线 $y^2=4x$，焦点坐标为$(1,0)$，选A项.

9. B 【提示】$N=\mathrm{A}_2^2\cdot\mathrm{A}_5^5=240$(种)，选B项.

10. A 【提示】由 $x=\log_2 m$，$y=\log_2 n$ 得，$m=2^x$，$n=2^y$，则 $mn=2^x\cdot 2^y=2^{x+y}$，选A项.

11. B 【提示】主动轮 M 与从动轮 N 的半径比为 $1:2$，则主动轮旋转$\dfrac{\pi}{2}$，从动轮旋转$\dfrac{\pi}{4}$，选B项.

12. B 【提示】根据 $y=f(x)$的图象作出 $y=f(-x)$的图象后纵坐标下移2个单位，得到 $y=f(-x)-2$ 的图象，选B项.

13. D 【提示】"a,b,c 成等比数列"可以得出"$ac=b^2$"，"$ac=b^2$"时若 $b=0$，则 a,b,c 不成等比数列，选C项.

14. D 【提示】A项 $l\perp m$，$l\perp n$，m、$n\subseteq\alpha$ 且 m、n 不平行，那么 $l\perp\alpha$；B项 $l\parallel m$，$m\subseteq\alpha$，那么 $l\parallel\alpha$或 $l\subseteq\alpha$；C项 $\alpha\perp\beta$，$l\subseteq\alpha$，无法得出 $l\perp\beta$，故选D项.

15. B 【提示】将 $x=0,1,2$ 分别代入 $f[f(x)-x^2-x+1]=2$ 得$\begin{cases}f[f(-1)+3]=2,\\f[f(0)+1]=2,\\f[f(1)-1]=2,\end{cases}$ 代入选项可得 $f(-1)=-2$，选B项.

二、填空题(本大题共3小题，每小题4分，共12分)

16. 1 【提示】$f(2)=2-1=1$.

17. 1 【提示】二项式$(x+1)^5$ 展开式中含 x^5 的项为 x^5.

18. 2 【提示】由 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$ 得 $1\times(-2)+m\times 1=0$，解得 $m=2$.

19. $\sqrt{7}$ 【提示】设距离最远是椭圆上点的坐标为(x_0,y_0)，则$\dfrac{x_0^2}{4}+y_0^2=1$，距离 $d=\sqrt{x_0^2+\left(y_0-\dfrac{3}{2}\right)^2}=\sqrt{4-4y_0^2+\left(y_0-\dfrac{3}{2}\right)^2}=\sqrt{-3\left(y_0+\dfrac{1}{2}\right)^2+7}$，当 $y_0=-\dfrac{1}{2}$时，距离最远

为$\sqrt{7}$.

20. 32% 【提示】设2016年总产值为a，则2016年高科技产品产值为$0.2a$，2017年高科技产品产值为$0.24\times(1+0.1)a=0.264a$，则2017年高科技产品产值较2016年增长$\frac{0.264a-0.2a}{0.2a}\times100\%=32\%$.

三、解答题

21. 解：由题意得$\begin{cases}a_3=a_1+2d=1,\\a_3=3a_1+3d=9,\end{cases}$解得$\begin{cases}a_1=5,\\d=-2,\end{cases}$则数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=7-2n$.

22. 解：(Ⅰ)$P=\frac{30+20+10}{100}=0.6$.

(Ⅱ)平均时间为$\frac{0.25\times0.1+0.75\times0.3+1.25\times0.3+1.75\times0.2+2.25\times0.1}{0.1+0.3+0.3+0.2+0.1}=1.2$.

23. 解：(Ⅰ)由$a=\frac{5}{4}c\cdot\sin A$知$\sin C=\frac{c}{a}\sin A=\frac{c\cdot\sin A}{\frac{5}{4}c\cdot\sin A}=\frac{4}{5}$.

(Ⅱ)由$\sin C=\frac{4}{5}$得$\cos C=\pm\frac{3}{5}$，则$c^2=a^2+b^2-2ab\cos C=5^2+3^2-2\times5\times3\times\left(\pm\frac{3}{5}\right)$，

解得$c=2\sqrt{13}$或$c=4$.

24. 证明：(Ⅰ)∵在正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中$A_1A\perp$平面$ABCD$，∴$A_1A\perp BD$，

又∵O为线段BD中点，∴$AO\perp BD$，直线$BD\perp$平面AOA_1.

(Ⅱ)∵$A_1B\parallel D_1C$，∴$A_1B\parallel$平面B_1CD_1，

又∵$BO\parallel D_1B_1$，∴$BO\parallel$平面B_1CD_1，

∴平面$BA_1O\parallel$平面B_1CD_1，$AO\parallel$平面B_1CD_1.

25. 解：(Ⅰ)圆的标准方程为$\left(x-\frac{5}{2}\right)^2+(y-5)^2=\frac{25}{4}$，切线过原点.

假设切线斜率存在且为0，$y=0$不符合条件.

假设切线斜率存在且不为0，设斜率为k，则切点坐标(x_0,y_0)满足

$$\begin{cases}x_0^2+y_0^2-5x_0-10y_0+25=0,\\y_0=kx_0,\\\dfrac{y_0-5}{x_0-\frac{5}{2}}=-\dfrac{1}{k},\end{cases}\quad\text{解得}\begin{cases}k=\dfrac{3}{4},\\x_0=4,\\y_0=3,\end{cases}$$

切线方程为$y=\frac{3}{4}x$.

假设切线方程斜率不存在，则$x=0$，符合条件.

综上切线的方程为$x=0$，$y=\frac{3}{4}x$.

(Ⅱ)由(Ⅰ)得P，Q的坐标分别为$(4,3)$，$(0,5)$，则$PQ=\sqrt{(4-0)^2+(3-5)^2}=2\sqrt{5}$，

$OP=OQ=5$，$\triangle OPQ$为等腰三角形，

设PQ中点为E，则$PE=\sqrt{5}$，$OE=\sqrt{OP^2-PE^2}=2\sqrt{5}$，

$S_{\triangle OPQ}=\frac{1}{2}\cdot PQ\cdot OE=10$.

26. 证明:(Ⅰ)由韦达定理可知 $m+n=-a$,$mn=b$.

要证 $a<1-2\sqrt{b}$,即证 $-(m+n)<1-2\sqrt{mn}$,即 $1+m+n>2\sqrt{mn}$,

$\because 0<m<n<1$,$\therefore (m+n+1)^2>4mn$ 即 $(m-n)^2+2(m+n)+1>0$ 恒成立,

$\therefore a<1-2\sqrt{b}$ 成立,得证.

(Ⅱ)当 $0<x<m$ 时,$f(x)$ 单调递减,则 $f(x)<f(0)=b=mn$.

$\because 0<m<n<1$,$\therefore mn<m$,$f(x)<m$,得证.